ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 16.12.2023

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Действия с комплексными числами, заданными в показательной форме»

1. Показательная форма записи комплексного числа

Введем понятие комплексной степени числа $\boldsymbol{e}$. Операция возведения числа $\boldsymbol{e}$ в комплексную степень $z = x + i\,y$ определяется формулой:

$$e^z = e^{x+iy} = e^x(\cos y + i\sin y) \qquad (1)$$

Положим в формуле (1) $z = i\varphi$,тогда получим:

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$которая называется **формулой Эйлера**.

На прошлом уроке мы определили, что каждое комплексное число $z \neq 0$ можно представить в тригонометрической форме: $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

Отсюда и из формул Эйлера следует, что каждое комплексное число $z \neq 0$ можно записать и в такой форме: $\boldsymbol{z = re^{i\varphi}}$. Это **показательная форма** записи комплексного числа. Здесь r - модуль комплексного числа,φ – его аргумент.

Пример. Записать в показательной форме комплексное число $z = 3 + 4i$.

Модуль $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$ Находим аргумент φ .

Поскольку $tg\,\varphi = \frac{4}{3}$, т $\varphi = \mathrm{artg}\frac{4}{3} \approx 0{,}93$, $3 + 4i = 5e^{0{,}93i}$.

Пример.Записать в показательной форме комплексное число $z = \sqrt{3} - i.$

Находим модуль $|z| = \sqrt{3+1} = 2$. Аргумент φ найдём из соотношения $tg\,\varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Итак, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$; $\sqrt{3} - i = 2e^{-\frac{\pi}{6}i}$.

2. Операции над комплексными числами в показательной форме

1) Умножение двух комплексных чисел в показательной форме:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1e^{i\varphi_1} \cdot r_2e^{i\varphi_2} = r_1r_2e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$$

2) Деление двух комплексных чисел в показательной форме:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i\varphi_1}}{r_2 e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

3) Возведение комплексного числа в показательной форме в целую положительную степень:

$$(re^{i\varphi})^n = r^n e^{i \cdot n \cdot \varphi}$$

4) Извлечение корня целой положительной степени из комплексного числа в показательной форме:

$$\sqrt[n]{re^{i\varphi}} = \sqrt[n]{r} \cdot e^{\frac{(\varphi + 2\pi k)i}{n}}; \qquad (k = 0,1,2, \dots, n-1)$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru